Capítulo 11

Transformaciones Isométricas

El estudio de los movimientos en el plano y el espacio han sido muy importantes en nuestra historia, ya que gracias a ellos hemos aprendido a comprender como se comportan los objetos que no somos capaces de darnos cuenta de su movimiento, como por ejemplo el movimiento de las montañas, o de la misma tierra y la galaxia, la mayoría de éstos movimientos son conocidos como isometrías del espacio, pues éstas son funciones del espacio que le asignan a una figura o cuerpo inicial una posición de final, sin alterar la estructura del objeto.

11.1. Isometrías

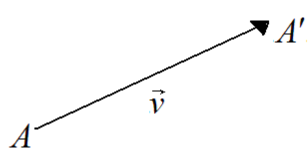
Las transformaciones isométricas son movimientos de figuras en el plano que no alteran ni la forma ni el tamaño de esta. La figura inicial y la final (después de aplicada una isometría) son congruentes.

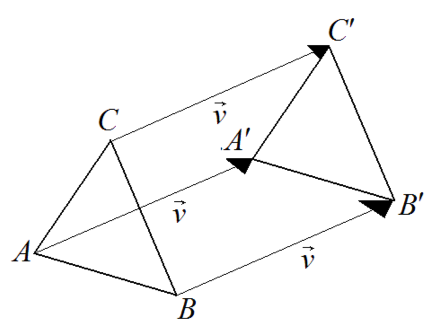
Hay tres isometrías:

- Traslación $T_{\vec{v}}$
- Simetría o Reflexión S_L, S_O ó Ref_L Ref_O
- Rotación $Rot_{(O,\measuredangle)}$

11.1.1. La Traslación

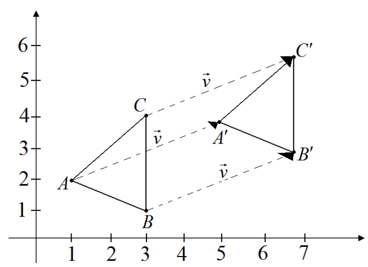
La traslación está determinada por un vector $\vec{v}$ el cual asigna a cada punto A un punto A', de modo que $\vec{AA'}$ es un vector de igual módulo, dirección y sentido que $\vec{v}$.





Veamos en la figura el plano cartesiano, aquí los puntos están determinado como pares ordenados, por ejemplo el punto A tiene coordenadas (1,2) el cual al aplicarle una traslación le corresponde A' de coordenadas (5,4). Como podemos ver A se trasladó 4 unidades a la derecha y 2 unidades hacia arriba (con respecto a A), con esto sabemos que a $A(1,2)$ se le aplicó una traslación $T(4,2)$.

$$A(1,2) + T(4,2) = A'(5,4)$$



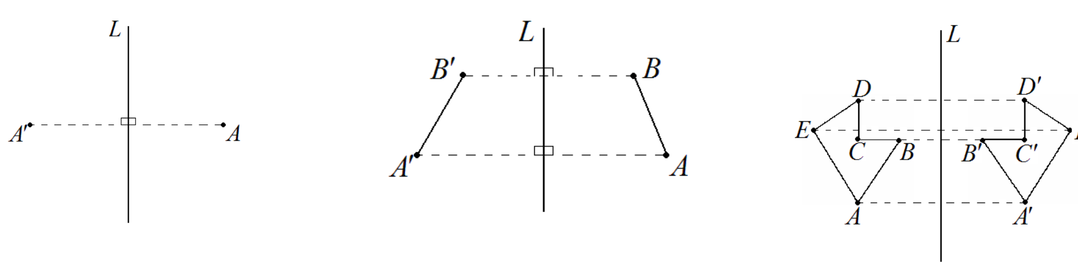
11.1.2. La Simetría o Reflexión

La simetría asigna a cada punto de una figura otro punto del plano llamado imagen. Hay dos tipos de simetrías:

- Axial
- Central

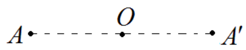
Simetría Axial

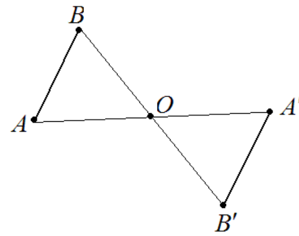
La simetría axial es con respecto a una recta L llamada **eje de simetría**. Cada punto de la figura y la imagen que le corresponde, está a la misma distancia de la recta L. Veamos la figura, el segmento que une A con A' es perpendicular a L.

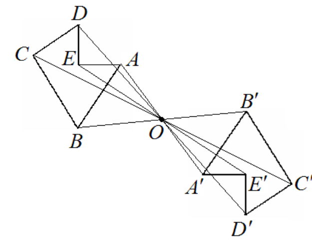


Simetría Central

La simetría central es con respecto a un punto O llamado **centro de simetría**. Cada punto de la figura y la imagen que le corresponde, se encuentran en la misma recta que une el punto con el centro de simetría y a la misma distancia de este. Veamos en las figuras,

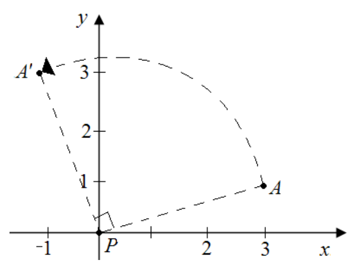




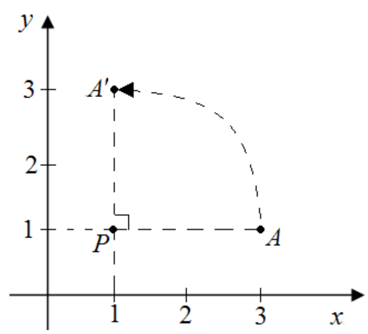


11.1.3. La Rotación

La rotación asocia a cada punto del plano una imagen con respecto a un punto llamado **centro de rotación** y un ángulo llamado **ángulo de giro**. Veamos en la figura, haremos una $RotA_{(0,\measuredangle 90^\circ)}$ donde $A(3,1)$ y $A'(-1,3)$.



Veamos la otra figura, haremos una $RotA_{((1,1),\measuredangle 90^\circ)}$ ó $RotA_{(P,\measuredangle 90^\circ)}$ donde $A(3,1)$ y $A'(1,3)$.

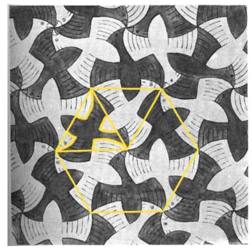


◊ Observa que . . .

La simetría central es equivalente a una rotación respecto al mismo centro en 180°.

11.2. Teselaciones

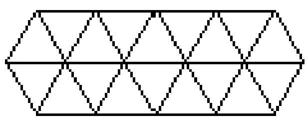
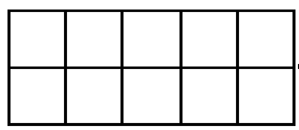
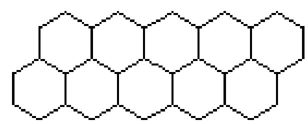
Teselar o embaldosa consiste en recubrir el plano con figuras que se repiten de modo que al unir las figuras se cubre completamente el plano.



11.2.1. Teselación Regular

Es el recubrimiento del plano con polígonos regulares y congruentes. Son solo tres los polígonos que embaldosan el plano Euclidiano:

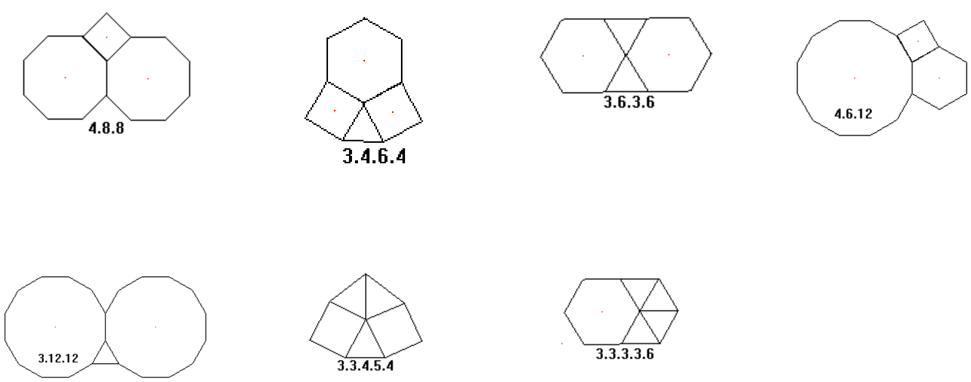
- Triángulo Equilátero
- Cuadrado
- Hexágono Regular

Si teselamos con cuadrados estos quedan perfectamente alineados, no así con los triángulos y los hexágonos ya que estos se ensamblan no alineados.

11.2.2. Teselación Semi-regular

Está formada por polígonos regulares de manera que la unión de ellas es idéntica en cada vértice. Las siguientes ocho figuras, son las únicas combinaciones de polígonos regulares que nos permiten teselar completamente el plano.



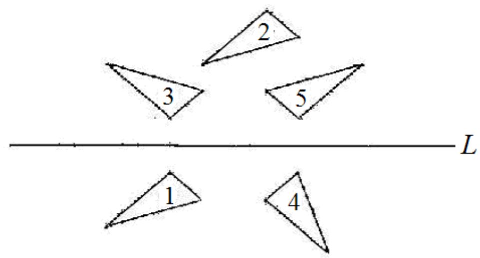
11.3. Mini Ensayo XIV
Isometrías

1. Cuántos ejes de simetría tiene la figura:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

2. Los triángulos 2, 3, 4 y 5 han sido obtenidos a partir del triángulo 1, ¿cuál de ellos corresponde a una reflexión axial del triángulo 1?

a) $\triangle 2$
b) $\triangle 3$
c) $\triangle 4$
d) $\triangle 5$
e) Ninguno.

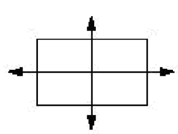


3. De la pregunta anterior, ¿cuál de los triángulos ha sido producto de una traslación del triángulo 1?

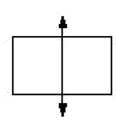
a) $\triangle 2$
b) $\triangle 3$
c) $\triangle 4$
d) $\triangle 5$
e) Ninguno.

4. ¿Qué figura muestra todos los ejes de simetría de un rectángulo?

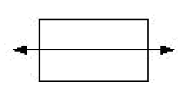
a)



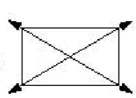
b)



c)



d)



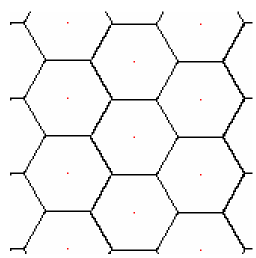
e) Ninguna de las anteriores.

5. Una circunferencia tiene como centro el punto (3,5), si la figura se traslada según el vector $(-5, 1)$, el nuevo centro de la circunferencia será:

a) $(-2{,}6)$
b) $(8{,}6)$
c) $(-2{,}4)$
d) $(-15{,}5)$
e) $(8{,}4)$

6. La siguiente figura puede ser construida mediante los movimientos:

   I. Simetría
   II. Rotación
   III. Traslación



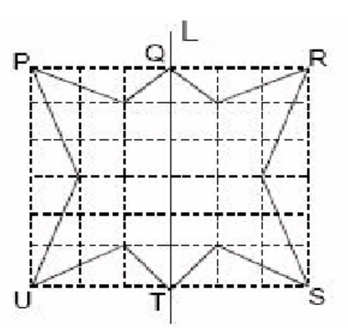
   a) I
   b) II
   c) III
   d) II y III
   e) I, II y III

7. ¿Cuál de las siguientes letras de nuestro alfabeto NO tiene ningún eje de simetría?

   a) C
   b) M
   c) A
   d) R
   e) X

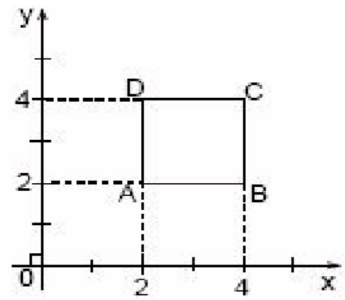
8. ¿Cuál de los siguientes puntos representa el lugar donde irá a parar P por medio de una reflexión respecto a L?

   a) Q
   b) R
   c) S
   d) T
   e) U



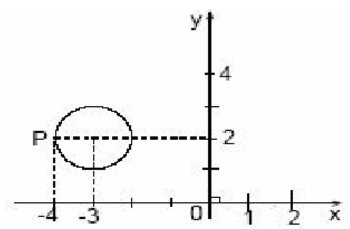
9. ¿Cuál serán las nuevas coordenadas del punto C luego de aplicarle al cuadrado $ABCD$ una $Rot_{(A,180^\circ)}$?

a) (2,4)
b) (2,2)
c) (4,2)
d) (1,1)
e) (0,0)



10. ¿Cuáles serán las coordenadas del punto P luego de aplicarle a la circunferencia de centro (−3,2) y radio 1, una traslación respecto al vector $\vec{v}(4,-1)$?

a) (0,1)
b) (1,0)
c) (1,1)
d) (0,0)
e) (2,1)



11. ¿Cuál de las siguientes alternativas no corresponde a una transformación isométrica?

a) Traslación
b) Reflexión
c) Simetría
d) Rotación
e) Permutación