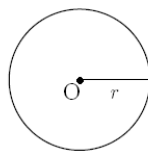


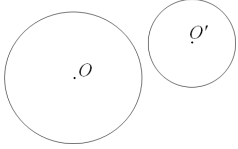
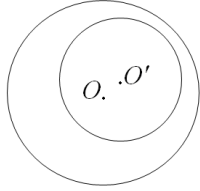
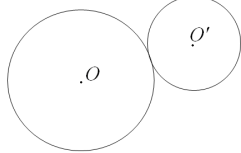
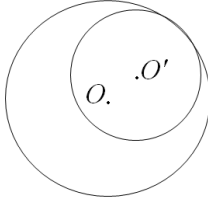
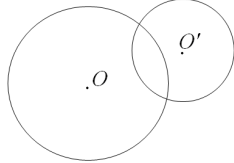
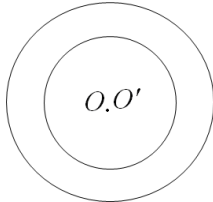
## 9.8. Circunferencia

Dado un punto  $O$  y una distancia  $r$ , se llama **circunferencia** de centro  $O$  y radio  $r$  al conjunto de todos los puntos del plano que están a la distancia  $r$  del punto  $O$ .



### 9.8.1. Posiciones Relativas a dos Circunferencias

Relación Entre Circunferencias	Descripción	Representación
--------------------------------	-------------	----------------

<p><b>Circunferencias Exteriores</b></p>	<p>Los puntos de cada una son exteriores a la otra.</p>	
<p><b>Circunferencias Interiores</b></p>	<p>Cuando todos los puntos de una de ellas, son interiores a la otra.</p>	
<p><b>Circunferencias Tangentes Exteriormente</b></p>	<p>Tienen un punto en común y los demás puntos de cada una son exteriores a la otra.</p>	
<p><b>Circunferencias Tangentes Interiores</b></p>	<p>cuando todos los puntos de una de ellas, son interiores de la otra.</p>	
<p><b>Circunferencias Secantes</b></p>	<p>Si tienen dos punto comunes.</p>	
<p><b>Circunferencias Concéntricas</b></p>	<p>Cuando tienen el mismo centro.</p>	

## 9.9. Partes de la Circunferencia

**Radio** : Trazo cuyos extremos son el centro de la circunferencia y un punto de ésta.  $\overline{OA}$

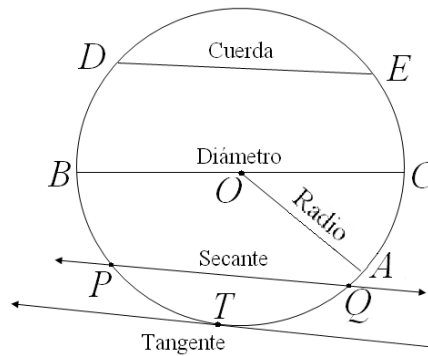
**Cuerda** : Trazo cuyos extremos son dos puntos de una circunferencia.  $\overline{DE}$

**Diámetro** : Cuerda que contiene al centro de la circunferencia.  $\overline{BC}$

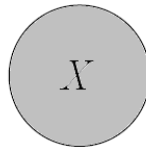
**Secante** : Recta que intersecta en dos puntos a la circunferencia.  $\vec{PQ}$

**Tangente** : Recta que intersecta a la circunferencia en un solo punto.  $TM$

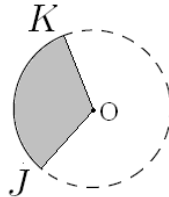
**Arco** : Es una parte de la circunferencia determinada por dos puntos distintos de ella.  $\widehat{ENC}$



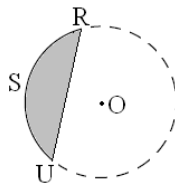
**Círculo** : Es la región interior de la circunferencia.  $X$



**Sector Circular** : Es la parte del círculo comprendida entre dos radios.  $OJK$



**Segmento Circular** : Es la parte del círculo comprendida entre un arco y la cuerda determinada por los extremos del arco.  $RSU$



### 9.9.1. Teoremas Referentes a una Circunferencia

**Teorema 1** : Si un radio de una circunferencia es perpendicular a una cuerda, entonces la divide y viceversa.

$$\boxed{\overline{OD} \perp \overline{AB} \Leftrightarrow \overline{AC} \cong \overline{CB}}$$

**Teorema 2** : Si un radio de una circunferencia es perpendicular a una cuerda, entonces divide al arco que subtiende la cuerda y viceversa.

$$\boxed{\overline{OD} \perp \overline{AB} \Leftrightarrow \text{arco}(AD) \cong \text{arco}(DB)}$$

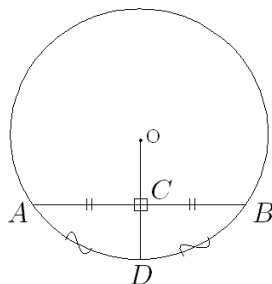


Figura 9.1: Teoremas 1 y 2

**Teorema 3** : Cuerdas congruentes subtienden arcos congruentes y viceversa.

$$\boxed{\text{arco}(AB) \cong \text{arco}(CD) \Leftrightarrow \overline{CD} \cong \overline{AB}}$$

**Teorema 4** : Cuerdas congruentes equidistan del centro y viceversa.

$$\boxed{\overline{OF} \cong \overline{OE} \Leftrightarrow \overline{CD} \cong \overline{AB}}$$

**Teorema 5** : Cuerdas paralelas determinan entre ellas arcos congruentes.

$$\boxed{\overline{AB} \parallel \overline{GH} \rightarrow \text{arco}(AG) \cong \text{arco}(BH)}$$

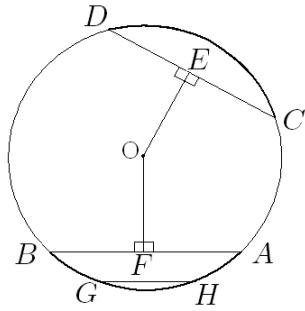
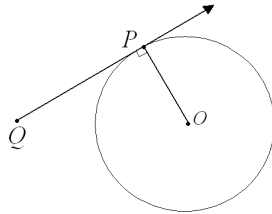


Figura 9.2: Teoremas 3, 4 y 5

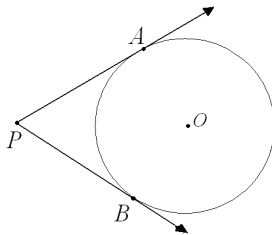
**Teorema 6** : La recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio en el punto de tangencia.

$$\boxed{\overline{QP} \text{ tangente en } P \Rightarrow \overline{QP} \perp \overline{OP}}$$



**Teorema 7** : Los segmentos tangentes trazados desde un punto a una circunferencia, son congruentes.

$$\boxed{\overline{PA} = \overline{PB}}$$



**Teorema 8** : En todo cuadrilátero circunscrito a una circunferencia la suma de las longitudes de los lados opuestos es la misma.

$$\boxed{\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{BC} + \overline{AD}}$$

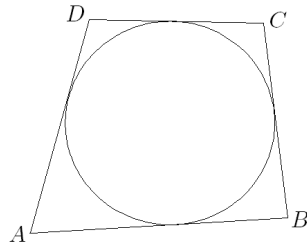
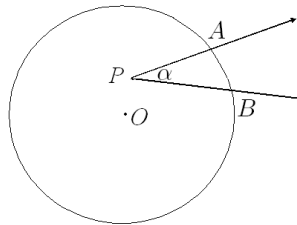


Figura 9.3: Teoremas 8

### 9.9.2. Ángulos en la Circunferencia

**Ángulo Interior** : Es todo ángulo cuyo vértice es un punto interior a la circunferencia.  $\angle APB$



**Ángulo del Centro** : Es todo ángulo interior cuyo vértice es el centro de la circunferencia.  $\angle DOE$

**Ángulo Inscrito** : Es todo ángulo cuyo vértice es un punto de la circunferencia y parte de sus rayos son cuerdas de ésta.  $\angle GHF$

**Ángulo Semi-inscrito** : Es todo ángulo cuyo vértice es un punto de la circunferencia, uno de sus rayos es tangente a la circunferencia justo en el vértice y parte del otro en una cuerda de ella.  $\angle BTA$

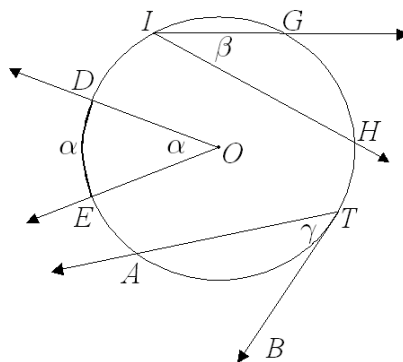
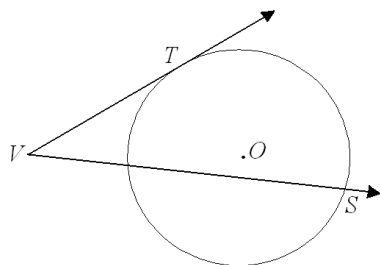
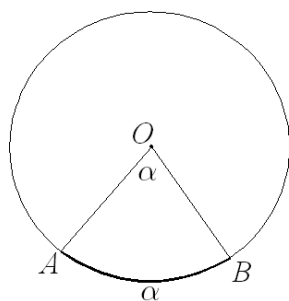


Figura 9.4: Ángulo del Centro, Inscrito y Semi-inscrito

**Ángulo Exterior** : Es todo ángulo cuyo vértice es un punto exterior a la circunferencia y sus dos rayos la intersectan.  $\angle TVS$



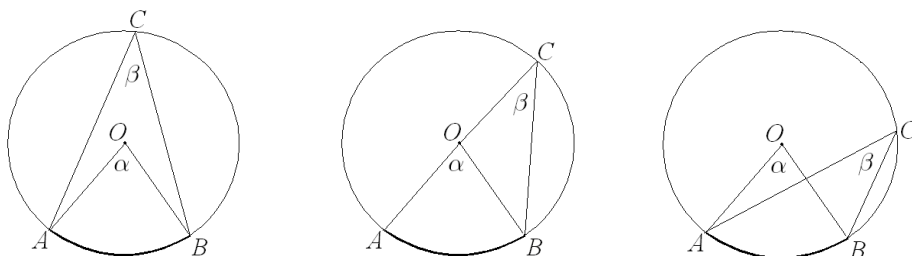
**Medida Angular de un Arco :** Es igual a la medida del ángulo del centro que subtiende dicho arco.  $\text{arco}(AB) = \angle AOB$



### 9.9.3. Teoremas Referentes a Ángulos en la Circunferencia

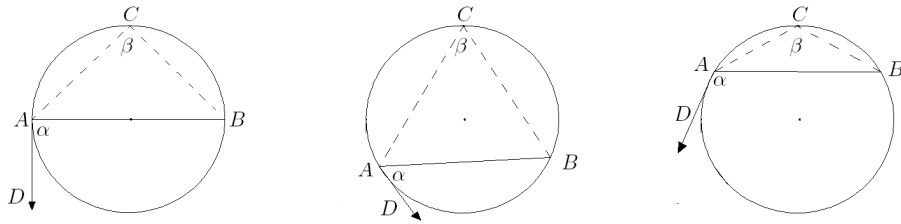
**Teorema 1 :** Todo ángulo inscrito en una circunferencia tiene como medida la mitad del ángulo del centro que subtiende el mismo arco.

$$\beta = \frac{1}{2}\alpha$$



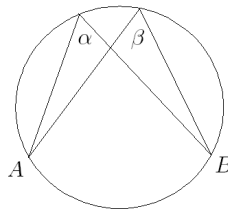
**Teorema 2 :** Todo ángulo semi-inscrito en una circunferencia tiene igual medida que cualquier ángulo inscrito que subtiende el mismo arco.

$$\alpha = \beta$$



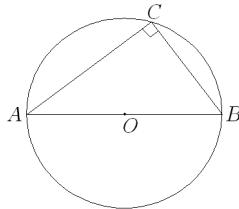
**Teorema 3 :** Todos los ángulos inscritos en una circunferencia que subtenden un mismo arco tienen igual medida.

$$\alpha = \beta$$



**Teorema 4 :** Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto.

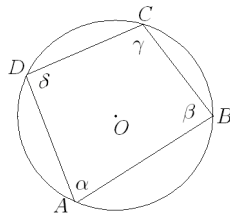
$$\angle ACB = 90^\circ$$



**Teorema 5 :** En todo cuadrilátero inscrito en una circunferencia los ángulos opuestos son suplementarios.

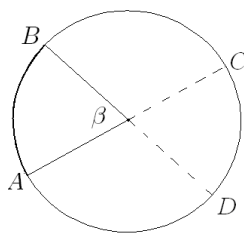
$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

$$\beta + \delta = 180^\circ$$



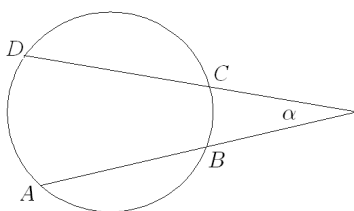
**Teorema 6 :** Todo ángulo interior a una circunferencia tiene por medida la semisuma de los arcos que comprenden sus lados y sus prolongaciones.

$$\beta = \frac{\text{arco}(AB) + \text{arcp}(DC)}{2}$$



**Teorema 7** : Todo ángulo exterior a una circunferencia tiene por medida a la semidiferencia de los arcos que comprenden entre sus lados.

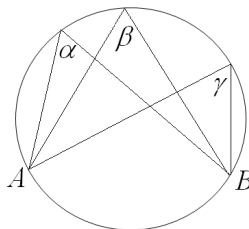
$$\alpha = \frac{\text{arco}(AD) - \text{arco}(BC)}{2}$$



## 9.10. Mini Ensayo XI Circunferencias

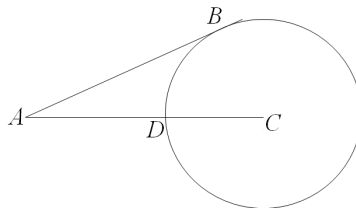
1. En la figura, el arco  $AB = 70^\circ$ , entonces  $2\alpha + \beta - \gamma =$

- a)  $35^\circ$
- b)  $70^\circ$
- c)  $105^\circ$
- d) Ninguna de las anteriores.
- e) Falta información



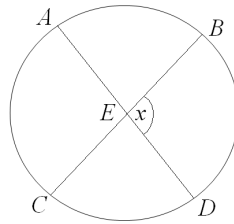
2. En la figura  $\overline{AB}$  es tangente a la circunferencia, de centro  $C$ , en  $B$ , si  $\angle BAC = 30^\circ$ , ¿cuánto mide el arco  $DB$ ?

- a)  $50^\circ$
- b)  $60^\circ$
- c)  $90^\circ$
- d)  $30^\circ$
- e) Falta Información.



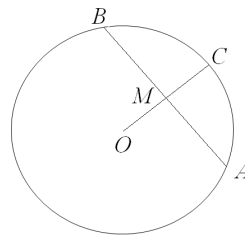
3.  $\overline{AD}$  y  $\overline{BC}$  son diámetros de la circunferencia de centro  $E$ . Si el  $\angle DAB = 40^\circ$  entonces  $\angle x =$

- a)  $40^\circ$
- b)  $80^\circ$
- c)  $100^\circ$
- d)  $120^\circ$
- e)  $140^\circ$



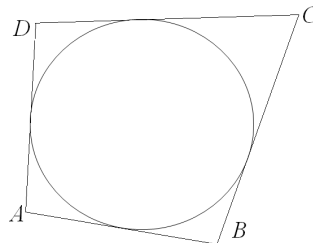
4. En la figura se tiene una circunferencia de centro  $O$ ,  $M$  punto medio de  $\overline{AB}$ . Si  $\angle MBC : \angle BCM = 3 : 2$ , entonces  $\angle MAC =$

- a)  $27^\circ$
- b)  $36^\circ$
- c)  $40^\circ$
- d)  $45^\circ$
- e)  $54^\circ$



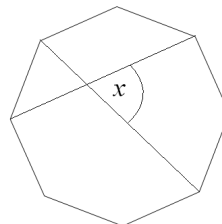
5. En la figura  $\overline{AB} = 15$ ,  $\overline{AD} = 12$  y  $\overline{CD} = 25$ , ¿cuánto mide  $\overline{BC}$ ?

- a) 12
- b) 15
- c) 20
- d) 25
- e) 28



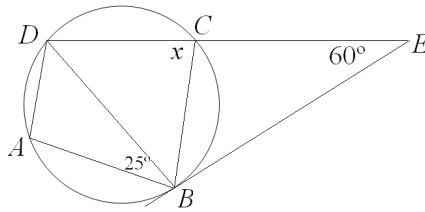
6. El octágono de la figura es regular, ¿cuánto mide el  $\angle x$ ?

- a)  $22,5^\circ$
- b)  $45^\circ$
- c)  $67,5^\circ$
- d)  $90^\circ$
- e)  $112,5^\circ$



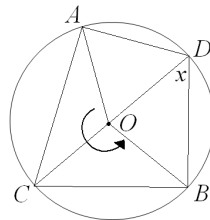
7.  $\overline{DE}$  es secante a la circunferencia y  $\overline{EB}$  es tangente a la circunferencia, si  $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$  entonces el  $\angle x$  mide:

- a)  $35^\circ$
- b)  $50^\circ$
- c)  $55^\circ$
- d)  $85^\circ$
- e)  $90^\circ$



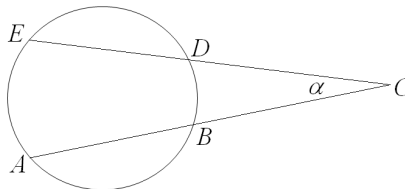
8. En la figura se muestra una circunferencia de centro  $O$ , el  $\angle AOB = 200^\circ$ , el arco  $AC = 40^\circ$ , entonces el valor de el  $\angle x$  es:

- a)  $70^\circ$
- b)  $80^\circ$
- c)  $100^\circ$
- d)  $40^\circ$
- e)  $45^\circ$



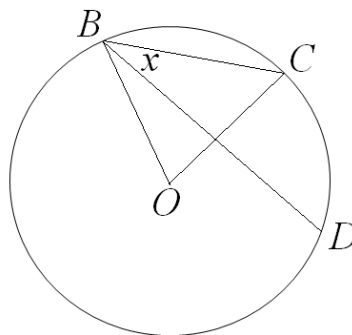
9. Dado que el arco  $BD = 1/9$  de la circunferencia y el arco  $EA$  es  $1/4$  de la misma, entonces el valor del  $\angle \alpha$  será:

- a)  $65^\circ$
- b)  $50^\circ$
- c)  $130^\circ$
- d)  $45^\circ$
- e)  $25^\circ$



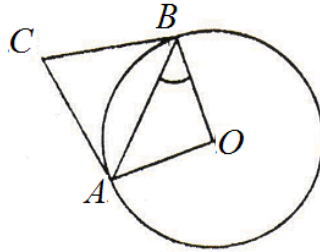
10. En la circunferencia de centro  $O$  de la figura, se tiene que el arco  $CD$  es igual al arco  $BC$  y  $\angle COB = 78^\circ$  entonces el  $\angle x$  será:

- a)  $78^\circ$
- b)  $36^\circ$
- c)  $39^\circ$
- d) Otro valor.
- e) Falta información.



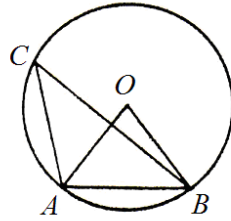
11. En la figura  $\overline{AC}$  y  $\overline{CB}$  son tangentes a la circunferencia, si el  $\angle ACB = 70^\circ$  entonces el  $\angle ABO =$

- a)  $20^\circ$
- b)  $35^\circ$
- c)  $45^\circ$
- d)  $55^\circ$
- e)  $70^\circ$



12. En la circunferencia de centro  $O$ , el  $\angle AOB = \frac{1}{2}\angle BAO$ , ¿cuánto mide el  $\angle ACB$ ?

- a)  $18^\circ$
- b)  $22,5^\circ$
- c)  $36^\circ$
- d)  $45^\circ$
- e)  $72^\circ$



13. En la circunferencia de centro  $O$   $\overline{AO} \parallel \overline{BC}$ ,  $\overline{OC} = \overline{CB}$  y  $\overline{OD} \perp \overline{BC}$ , entonces el  $\angle AOC =$

- a)  $30^\circ$
- b)  $45^\circ$
- c)  $60^\circ$
- d)  $75^\circ$
- e) Falta información.

