

Capítulo 13

Probabilidad y Estadística

Históricamente el hombre ha querido saber que es lo que le prepara el destino, conocer el futuro para poder prepararse, y hasta el día de hoy no hemos logrado tener un proceso científico que nos sirva para este objetivo tal como nos gustaría. Sin embargo nos hemos acercado bastante a conocer lo que nos tocará más adelante a través de la experiencia y del análisis de las posibilidades que existen aprovechando lo que llamamos probabilidades. Sin embargo para poder tener mayor fineza en nuestras “premoniciones” ha sido necesario conocer, organizar y analizar los datos de los acontecimientos anteriores, a la materia que se preocupa de esto la conocemos como estadística.

13.1. Probabilidad

La probabilidad nos sirve para medir la frecuencia con que ocurre un resultado de entre todos los posibles en algún experimento.

13.1.1. Espacio Muestral

El espacio muestral¹ es un conjunto formado por todos los resultados posibles de algún experimento, por ejemplo, si lanzamos una moneda al aire (a esto llamamos experimento), existen solo 2 posibilidades, que salga cara o que salga sello. Por lo tanto el espacio muestral en este caso es un conjunto de dos elementos.

$$\mathcal{S}_{\text{moneda}} = \{\text{que salga cara, que salga sello}\}$$

Si en lugar de una moneda, lanzamos un dado entonces el espacio muestral tendrá seis elementos, uno correspondiente a cada cara del dado:

$$\mathcal{S}_{\text{dado}} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Y si lanzamos el dado y la moneda al mismo tiempo el espacio muestral estará conformado por pares ordenados de la forma:

$$\mathcal{S}_{\text{moneda+dado}} = \left\{ \begin{array}{l} (\text{cara}, 1), (\text{cara}, 2), (\text{cara}, 3), (\text{cara}, 4), (\text{cara}, 5), (\text{cara}, 6), \\ (\text{sello}, 1), (\text{sello}, 2), (\text{sello}, 3), (\text{sello}, 4), (\text{sello}, 5), (\text{sello}, 6) \end{array} \right\}$$

¹Lo abreviamos simplemente como \mathcal{S} .

Notemos que:

$$\#\mathcal{S}_{\text{moneda+dado}} = \#\mathcal{S}_{\text{moneda}} \cdot \#\mathcal{S}_{\text{dado}}$$

Esto no es una casualidad, ya que cada vez que llevamos a cabo más de un experimento la cardinalidad del nuevo espacio muestral es igual al producto de las cardinalidades de los espacios muestrales de los experimentos por separado.

13.1.2. Evento o Suceso

Cuando realizamos un experimento puede que exista más de un caso favorable para mis objetivos, por ejemplo en un juego de ludo para sacar una pieza de la “capacha”, necesito obtener del lanzamiento de un dado un 6 o un 1, en este caso el conjunto formado por el 1 y el 6, es decir $\{1,6\}$ es el llamado evento o suceso².

Un evento es un subconjunto del espacio muestral.

♠ Veamos algunos ejemplos de eventos al lanzar un dado:

1. Que no salga un número par, en este caso $\mathcal{E} = \{1, 3, 5\}$
2. Que no salga 2, en este caso $\mathcal{E} = \{1, 3, 4, 5, 6\}$
3. Que salga un número primo, en este caso $\mathcal{E} = \{2, 3, 5\}$

Existen relaciones entre los sucesos:

1. Sucesos Excluyentes

Dos o más sucesos serán excluyentes si solo uno de ellos puede ocurrir en un experimento, por ejemplo al lanzar una moneda, si sale cara entonces no puede salir sello y viceversa, por lo tanto estos sucesos son excluyentes.

2. Sucesos Independientes

Dos o más sucesos son independientes cuando la ocurrencia de uno, no afecta la ocurrencia del o los otros. Por ejemplo en el lanzamiento del dado y la moneda si sale cara o sale sello, no afecta en ninguna medida el número que salga en el dado, por lo tanto estos sucesos son independientes.

3. Sucesos Dependientes

Dos o más sucesos son dependientes cuando la ocurrencia de alguno de ellos si afecta la ocurrencia de los otros. Por ejemplo si tengo un saco con 2 bolas negras y una bola roja, el suceso de sacar la bola roja me impedirá sacar una bola roja en el siguiente intento pues en el saco solo hay 2 bolas negras, en este caso esos sucesos son dependientes.

13.1.3. Probabilidad a Priori

La probabilidad a priori es aquella que puedo determinar solo conociendo todos los casos posibles de un experimento, es decir, cuando conozco \mathcal{S} .

La probabilidad de que ocurra un suceso es igual a la razón entre la cantidad de casos favorables, es decir $\#\mathcal{E}$, y la cantidad de casos posibles, es decir $\#\mathcal{S}$. Por lo tanto se tiene:

$$\mathcal{P}_{\text{priori}} = \frac{\text{N}^\circ \text{ de casos favorables}}{\text{N}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{\#\mathcal{E}}{\#\mathcal{S}}$$

²Lo abreviamos simplemente como \mathcal{E}

La probabilidad es siempre un valor entre 0 y 1 cuando la expresamos en forma fraccionaria o decimal, pero puede tomar un valor entre 0 % y 100 % cuando le hacemos su correspondencia con el porcentaje³, esto ocurre por que en la fracción que se efectúa, el numerador es siempre menor o en su defecto igual que el denominador ya que es imposible tener más casos favorables que casos posibles.

Si un evento o suceso tiene una probabilidad de 1 o 100 % se dice que es un *suceso seguro*, si a diferencia un evento tiene probabilidad 0 o 0 % se dice que es un *suceso imposible*.

Veamos algunos ejemplos :

♠ **Ejemplo 1**

¿Cual es la probabilidad a priori de que al lanzar un dado, salga un número par?.

Respuesta

Ya conocemos el espacio muestral de este experimento, es $\mathcal{S}_{\text{dado}} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, y los casos favorables para que ocurra este suceso son $\mathcal{E}_{\text{N}^\circ\text{par}} = \{2, 4, 6\}$, por lo tanto la probabilidad de que ocurra este suceso es:

$$\mathcal{P}_{\text{que se par}} = \frac{\#\mathcal{E}_{\text{N}^\circ\text{par}}}{\#\mathcal{S}_{\text{dado}}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$$

♠ **Ejemplo 2**

¿Cual es la probabilidad a priori de que al sacar una bola de un saco que tiene 3 bolas rojas y 2 verdes, saque una bola verde?.

Respuesta

El espacio muestral de este experimento está conformado por las cinco posibilidades que pueden ocurrir, en tres de ellas podría sacar una bola roja y solo en dos una verde, por lo tanto el espacio muestral tiene 5 elementos y el suceso esta compuesto de 2 elementos, es decir:

$$\mathcal{P}_{\text{que se verde}} = \frac{\#\mathcal{E}_{\text{N}^\circ\text{verdes}}}{\#\mathcal{S}_{\text{N}^\circ\text{bolas}}} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$$

13.1.4. Probabilidad a Posteriori o Frecuencial

La probabilidad a posteriori o frecuencial es aquella que podemos determinar despues de realizar un experimento muchas veces, es decir, es la que podemos calcular a partir de la experiencia.

La manera de calcularla, es realizando n experimentos (en lo posible n debe ser muy grande), y contando la cantidad de veces que suceda el evento que deseo (llamemos a esa cantidad m). Entonces la probabilidad frecuencial de que en un nuevo intento del experimento ocurra nuevamente el mismo suceso será:

$$\mathcal{P}_{\text{frecuencial}} = \frac{\text{N}^\circ\text{casos favorables}}{\text{N}^\circ\text{experimentos}} = \frac{m}{n}$$

Los valores que puede tomar la probabilidad frecuencial son los mismos que en la probabilidad a priori.

³Ver página 29

Veamos algunos ejemplos :

♠ **Ejemplo 1**

Cristian a esperado el bus Q-348eW53*z en el paradero los últimos 30 días, en 5 oportunidades la micro pasó antes de los 45 minutos, pero en el resto de los días comenzó a caminar después de pasado ese tiempo. ¿Cuál es la probabilidad de que mañana Cristian tome la micro para llegar al PreU a tiempo?.

Respuesta

La cantidad de experimentos es 30 (los días que espero la micro), y los casos favorables son solo 5 (los días que paso la micro), en éstos casos la probabilidad que se calcula es siempre la probabilidad frecuencial, que en este caso es:

$$P_{\text{que mañana pase la micro}} = \frac{\#\mathcal{E}_{\text{N}^\circ \text{ veces que paso}}}{\#\mathcal{S}_{\text{N}^\circ \text{ días que espero}}} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6} = 0,167 = 16,7\%$$

♠ **Ejemplo 2**

Gonzalo a comprado pan en el negocio de su casa todos los días hace 4 semanas, y en una ocasión el pan que compró estaba duro. ¿Cuál es la probabilidad de que cuando vuelva a comprar pan, éste esté blando?.

Respuesta

La cantidad de experimentos es 28 (los días de las 4 semanas), y los casos favorables para Gonzalo son 27 (pues en solo una ocasión el pan estaba duro), por lo tanto la probabilidad frecuencial de que ocurra el suceso es:

$$P_{\text{que haya pan blando}} = \frac{\#\mathcal{E}_{\text{N}^\circ \text{ veces que estaba blando}}}{\#\mathcal{S}_{\text{N}^\circ \text{ días que compro pan}}} = \frac{27}{28} = 0,964 = 96,4\%$$

13.1.5. Ley Aditiva de las Probabilidades

En algunas ocasiones nos van a preguntar por la probabilidad de que ocurra uno u otro evento, cuando éstos eventos son **excluyentes**, la probabilidad de que ocurra uno u otro es la suma de las probabilidades de que ocurra cada uno por separado, dicho de otra manera:

Sean \mathcal{E}_1 y \mathcal{E}_2 dos eventos mutuamente excluyentes para un mismo experimento, y \mathcal{P}_1 y \mathcal{P}_2 las probabilidades de ocurrencia de cada uno respectivamente, entonces la probabilidad de que ocurra \mathcal{E}_1 o \mathcal{E}_2 será:

$$\mathcal{P}_{1 \text{ o } 2} = \mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2$$

♠ **Ejemplo**

¿Cual es la probabilidad de que al sacar una bola de un saco que contiene 3 bolas amarillas, 3 rojas y 4 verdes, saque una bola amarilla o una verde?.

Respuesta

Entre el suceso de sacar una bola amarilla (llamémoslo \mathcal{E}_a), y el sacar una bola verde (llamémoslo \mathcal{E}_v), podemos darnos cuenta que son mutuamente excluyentes, pues si ocurre uno, no puede ocurrir el otro, entonces podemos ocupar la ley aditiva, por lo tanto veamos las probabilidades de cada uno:

La probabilidad que sea amarilla $\rightarrow \mathcal{P}_a = \frac{\#\mathcal{E}_a}{\#\mathcal{S}} = \frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$

La probabilidad que sea verde $\rightarrow \mathcal{P}_v = \frac{\#\mathcal{E}_v}{\#\mathcal{S}} = \frac{4}{10} = 0,4 = 40\%$

Así, la probabilidad (\mathcal{P}_t), de que al sacar una bola, ésta sea amarilla o verde será:

$$\mathcal{P}_t = \mathcal{P}_v + \mathcal{P}_a = 40\% + 30\% = 70\%$$

13.1.6. Ley Multiplicativa de las Probabilidades

En algunas ocasiones nos van a preguntar por la probabilidad de que ocurran dos sucesos al mismo tiempo, cuando éstos eventos son **independientes**, la probabilidad de que ocurra uno y otro es producto de las probabilidades de que ocurra cada uno por separado, dicho de otra manera:

Sean \mathcal{E}_1 y \mathcal{E}_2 dos sucesos independientes, y \mathcal{P}_1 y \mathcal{P}_2 las probabilidades de ocurrencia de cada uno respectivamente, entonces la probabilidad de que ocurra \mathcal{E}_1 y \mathcal{E}_2 será:

$$\mathcal{P}_{1 \text{ y } 2} = \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{P}_2$$

♠ Ejemplo

Cristian está en un concurso de televisión, tiene frente a él tres cajas, la caja 1 contiene 4 bolitas blancas y una bolita negra, la caja 2 contiene 2 bolitas blancas y 4 negras, y la caja 3 contiene 3 bolitas blancas y 1 negra, si Cristian saca de cada caja una bola blanca se llevará un auto 0 km, para llegar a tiempo al PreU. ¿Cual es la probabilidad de que Cristian gane el concurso?.

Respuesta

Cada vez que Cristian saque una bola de una caja será un experimento distinto, por lo tanto entre los eventos de sacar una bolita blanca en cada caja no tienen ninguna relación, es decir no influirá un evento en el otro, por lo tanto sabemos que éstos eventos son independientes, así, podemos ocupar la ley multiplicativa:

La probabilidad que sea blanca en la caja 1 $\rightarrow \mathcal{P}_1 = \frac{\#\mathcal{E}_1}{\#\mathcal{S}_1} = \frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$

La probabilidad que sea blanca en la caja 2 $\rightarrow \mathcal{P}_2 = \frac{\#\mathcal{E}_2}{\#\mathcal{S}_2} = \frac{2}{6} = 0,334 = 30,4\%$

La probabilidad que sea blanca en la caja 3 $\rightarrow \mathcal{P}_3 = \frac{\#\mathcal{E}_3}{\#\mathcal{S}_3} = \frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$

De ésta manera la probabilidad (\mathcal{P}_t), de que saque una bola blanca de todas las cajas será:

$$\mathcal{P}_t = \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{P}_2 \cdot \mathcal{P}_3 = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{12}{5 \cdot 12} = \frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$$

Existen casos en que en dos sucesos dependientes también podemos ocupar la ley multiplicativa, pero teniendo mucho cuidado, pues al ser dependientes, cuando ocurre uno cambiarán las condiciones del problema para el segundo suceso, en general, cambiará el espacio muestral, por ejemplo.

♠ **Ejemplo**

Si tenemos un naipes inglés⁴, ¿cuál es la probabilidad de sacar una carta de diamante y luego una de corazón.?

Respuesta

Como podrás darte cuenta estos sucesos son dependientes pues la probabilidad de sacar una carta de pica es:

$$\mathcal{P}_{\diamond} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

Sin embargo el sacar una carta del naipes implica que el espacio muestral (el conjunto formado por las 52 posibilidades de cartas a sacar), a cambiado, pues es imposible sacar la carta que ya sacamos, por lo tanto si es que la carta que se sacó fue un diamante entonces la probabilidad de sacar ahora un corazón será:

$$\mathcal{P}_{\heartsuit} = \frac{13}{51}$$

Por lo tanto la probabilidad (\mathcal{P}_t), de sacar un diamante y luego un corazón será:

$$\mathcal{P}_t = \mathcal{P}_{\diamond} \cdot \mathcal{P}_{\heartsuit} = \frac{1}{4} \cdot \frac{13}{51} = \frac{13}{204} = 0,064 = 6,4\%$$



Actividad

I. En el cumpleaños de Gonzalo una piñata contiene 80 masticables, 20 bombones, 30 gomitas, y 70 caramelos, si cuando Gonzalo rompe la piñata logra agarrar algo de ella, calcula la probabilidad de que sea:

- | | | |
|------------------|-------------------------------|---------------------------|
| 1. Un caramelo | 4. Un caramelo o una gomita | 7. Un bombón |
| 2. Un masticable | 5. Una gomita o un masticable | 8. Un bombón o una gomita |
| 3. Una gomita | 6. Un dulce | 9. Un helado |

II. Una caja posee 2 bolitas blancas, 3 bolitas rojas y 4 bolitas negras, si sacas bolitas de a una sin reponerlas, calcula la probabilidad de sacar:

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 1. Una blanca | 4. Una negra y luego dos blancas |
| 2. Una blanca y luego una negra | 5. Dos negras |
| 3. Una roja y luego una negra | 6. Dos negras y dos rojas |

⁴Naipes de 52 cartas, con 13 cartas de cada una de sus 4 pintas; ♣ trebol, ♠ pica, ♦ diamante y ♥ corazón.

13.2. Estadística

La estadística es una materia dedicada al recopilación, organización, estudio, y análisis de datos. La finalidad de la estadística es lograr tomar mejores decisiones ya que éstas están de acuerdo con el análisis estadístico de algún hecho particular.

13.2.1. Algunos Conceptos Previos

Población o Universo : Es el grupo completo de individuos u objetos de los cuales se estudian por medio de la estadística sus características o comportamientos.

Muestra : Es un subconjunto del universo que se considera representativo de la población y es el que realmente se estudia, el tipo de estadística que estudia a una muestra de manera que los resultados de los análisis son válidos para la población por completo, se denomina **estadística inductiva**, la estadística que estudia a un grupo dado por completo y analiza los datos de todos los individuos (puede considerarse que la muestra sería todo el universo), se denomina **estadística deductiva**.

Es ésta última la que estudiaremos en este capítulo.

Frecuencia de clase : Cuando existen muchos datos estadísticos se hace necesario agruparlos entre los que tienen alguna característica en común, a éstos grupos se les denomina **clases** y la frecuencia de clases es la cantidad de datos que tiene una determinada clase.

Distribución de frecuencias : Es una tabla que que contiene los nombres de las clases y sus respectivas frecuencias de clase.

13.2.2. Medidas de Tendencia Central

1. La Moda

En un conjunto de datos estadísticos el valor el elemento que se repite más veces es conocido como moda, la moda puede no existir en el caso de que no haya repeticiones de algún dato o que todos se repitan la misma cantidad de veces. En el caso que la moda exista puede no ser única pues puede haber una cantidad menor de elementos del total que se repitan la misma cantidad de veces.

♠ Ejemplo 1

En el conjunto $\{a, f, c, d, e, b, a, d, a\}$ la moda es a , pues se repite 3 veces.

♠ Ejemplo 2

En el conjunto $\{\alpha, \gamma, \delta, \beta, \alpha, \delta, \varepsilon, \mu\}$ las modas son α y δ , pues ambas se repiten 2 veces.

♠ Ejemplo 3

En el conjunto $\{1,1,2,2,3,3,4,4,5,5,6,6\}$ no existen modas.

2. La Mediana

En un conjunto ordenado⁵ de datos estadísticos el elemento que se encuentra en la posición central es conocido como mediana, en el caso que no exista una posición central (cuando hay una cantidad par de elementos), la mediana será el promedio entre los dos valores centrales.

⁵En el caso que un conjunto no esté ordenado debes ordenarlo para encontrar la mediana

♠ Ejemplo 1

En el conjunto ordenado $\{0,1,1,2,3,6,8\}$ la mediana es 2, pues se ocupa la posición central.

♠ Ejemplo 2

En el conjunto ordenado $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ no existe posición central pues hay 6 elementos, en este caso la mediana será el promedio entre 3 y 4, es decir $\frac{3+4}{2} = 3,5$.

3. La Media Aritmética

En un conjunto de datos estadísticos la media aritmética (lo abreviamos como \bar{x}), es el promedio entre todos los datos, es decir. Sea un conjunto $\{a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n\}$ de n elementos, el promedio será:

$$\bar{x} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n}{n}$$

♠ Ejemplo 1

En el conjunto $\{5, 4, 8, 3, 1, 1, 6\}$ el promedio será:

$$\bar{x} = \frac{5 + 4 + 8 + 3 + 1 + 1 + 6}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

♠ Ejemplo 2

En el conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ el promedio será:

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$



Actividad

Encuentra la moda, la mediana y la media aritmética de los siguientes conjuntos:

- | | |
|---|--|
| 1. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ | 5. $\{12, 56, 80, 12, 3, 4, 56\}$ |
| 2. $\{-3, -1, 1, 3, 5, -1\}$ | 6. $\{10^{-1}, 10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4\}$ |
| 3. $\{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{9}{5}\}$ | 7. $\{\sqrt{2}, 6\sqrt{2}, \sqrt{2}, 7\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ |
| 4. $\{-3\pi, -2\pi, \pi, \frac{2}{3}\pi, \pi\}$ | 8. $\{6, 3, 1, 3, 6\}$ |
-
-

13.2.3. Representación de los Datos Estadísticos

1. A través de una distribución de frecuencias

También se conoce como tabla de frecuencias, es cuando los datos estadísticos vienen tabulados como en el ejemplo siguiente:

♠ Ejemplo, la siguiente tabla muestra las notas que se sacaron 45 alumnos de un curso en su última prueba:

Nota	N° de alumnos
1	2
2	4
3	7
4	10
5	15
6	5
7	2

Observa que en este caso las clases son las notas y las frecuencias de clase son la cantidad de alumnos.

El conjunto de datos estadísticos que nos dice ésta tabla es el siguiente:

$$\{ \underbrace{1, 1}_{2 \text{ veces}}, \underbrace{2, 2, 2, 2}_{4 \text{ veces}}, \underbrace{3, 3, 3, 3, 3, 3, 3}_{7 \text{ veces}}, \underbrace{4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4}_{10 \text{ veces}}, \underbrace{5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5}_{15 \text{ veces}}, \underbrace{6, 6, 6, 6, 6}_{5 \text{ veces}}, \underbrace{7, 7}_{2 \text{ veces}} \}$$

Aquí podemos determinar que la moda es 5, la mediana es 4, y que el promedio será.

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 15 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot 2}{45} = \frac{190}{45} = 4,2\bar{2} \sim 4,22$$

2. A través de un gráfico de barras

También conocido como histograma, es cuando los datos estadísticos vienen entregado con un gráfico como el siguiente:

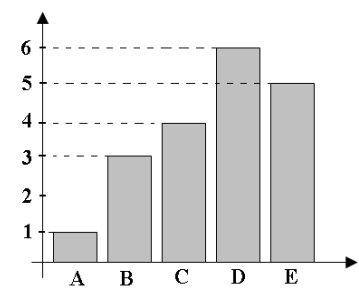


Figura 13.1: Histograma

Los datos que nos entrega el histograma son:

$$\{ \underbrace{A}_{1 \text{ vez}}, \underbrace{B, B, B}_{3 \text{ veces}}, \underbrace{C, C, C, C}_{4 \text{ veces}}, \underbrace{D, D, D, D, D, D}_{6 \text{ veces}}, \underbrace{E, E, E, E, E}_{5 \text{ veces}} \}$$

En éste caso podemos determinar la moda que es D y la mediana D , la media aritmética solo puede calcularse en conjuntos numéricos.

3. A través de un polígono de frecuencias

También es un tipo de gráfico, representa lo mismo que un histograma pero no con barras, más bien con coordenadas que se unen con una línea recta, es usado para estudiar las razones de cambio de entre las frecuencias de cada clase, pues mientras mayor sea la inclinación de una de las rectas mayor será la razón de cambio entre las clases que la limitan.

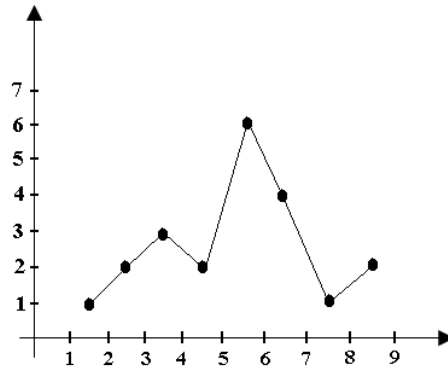


Figura 13.2: Polígono de Frecuencias

Los datos estadísticos los podemos representar en una distribución de frecuencias en donde las clases serán rangos:

Rango	Frecuencia
1-2	1
2-3	2
3-4	3
4-5	2
5-6	6
6-7	4
7-8	1
8-9	2

4. A través de un gráfico circular

También es un tipo de gráfico, donde cada clase es una de las partes de un círculo y su frecuencia viene representada por el porcentaje que esa parte es del círculo.

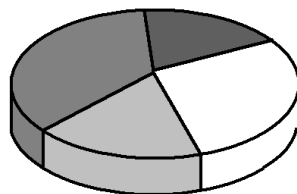
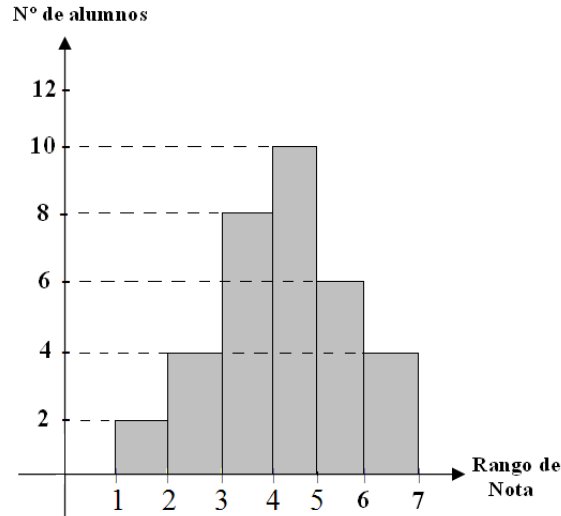


Figura 13.3: Gráfico Circular



De acuerdo con el siguiente gráfico:



Responder si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

1. ___ La mayoría de los alumnos obtuvo entre un 3 y un 4.
2. ___ La moda es sacarse entre un 4 y un 5.
3. ___ En total hay 34 alumnos.
4. ___ 6 alumnos se sacaron entre un 3 y un 4.
5. ___ 4 alumnos obtuvieron la nota máxima.

13.3. Mini Ensayo XV

Probabilidad y Estadística

1. Cristian fue al hipódromo y le gustaron dos caballos, el primero tiene una probabilidad de perder de $\frac{5}{8}$ y el segundo una probabilidad de ganar de $\frac{1}{3}$. ¿Qué probabilidad tiene Cristian de ganar si apuesta a los dos caballos?
 - a) $\frac{17}{24}$
 - b) $\frac{1}{8}$
 - c) $\frac{31}{24}$
 - d) $\frac{5}{12}$
 - e) No se puede determinar.
2. La mediana entre los valores 5, 8, 13, 8, 6, 8, 10, 12, 8, corresponde a:
 - a) 5

- b) 6
- c) 8
- d) $8, \bar{6}$
- e) Ninguna de las anteriores.

3. En la serie de números 2, 4, 4, 5, 5, 5, 17, el valor de la moda es (son):

- a) 2 y 17
- b) 4
- c) 5
- d) 4 y 5
- e) 6

4. Queremos construir un gráfico circular que indique la cantidad de veces que ha salido cada vocal en la página de un libro. ¿Cuántos grados del gráfico circular le corresponden a la letra “a”?

- a) 10°
- b) 12°
- c) 60°
- d) 120°
- e) 150°

Vocales	Frecuencia
a	10
e	13
i	4
o	2
u	1

5. En una muestra aleatoria de 120 pacientes, se encontró que 30 de ellos tienen diabetes. ¿Cuál es la probabilidad de que un paciente elegido al azar no tenga diabetes?

- a) 25 %
- b) 45 %
- c) 60 %
- d) 75 %
- e) 85 %

6. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzarse dos dados se obtenga una suma que no supere a 10?

- a) $11/12$
- b) $7/15$
- c) $11/15$
- d) $9/17$
- e) $11/17$

7. En una bolsa se colocan 10 fichas numeradas del 1 al 10. Si se extrae sin mirar al interior de la bolsa una ficha, ¿cuál es la probabilidad de que ella indique un número primo?

- a) $2/5$

-
- b) $1/2$
 - c) $9/10$
 - d) $4/5$
 - e) $3/5$

8. ¿Cuál es la probabilidad de obtener tres números unos al lanzar tres dados?

- a) $\frac{1}{18}$
- b) $\frac{3}{18}$
- c) $\frac{1}{216}$
- d) $\frac{3}{216}$
- e) Ninguna de las anteriores.

9. Se lanza una moneda 3 veces, ¿cuántos elementos tiene el espacio muestral?

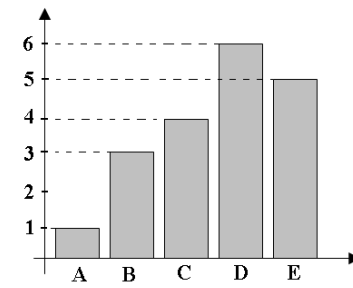
- a) 3
- b) 6
- c) 8
- d) 9
- e) 27

10. Un saco tiene dos bolitas rojas y tres verdes, ¿cuál es la probabilidad de sacar una bolita roja y luego, sin reponerla, sacar una verde?

- a) 100 %
- b) 10 %
- c) 24 %
- d) 40 %
- e) 30 %

11. De acuerdo con el gráfico adjunto, la moda y la mediana son respectivamente:

- a) C y D
- b) D y C
- c) C y C
- d) D y D
- e) D y E



12. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado 4 veces, no se obtenga ningún 6?

- a) 0
- b) $1/1296$

- c) $10/3$
- d) $2/3$
- e) $625/1296$

13. En la tabla adjunta se muestran las notas obtenidas por un curso en un examen de matemática.

Nota	1	2	3	4	5	6	7
Alumnos	2	3	5	8	12	10	5

Según ésta información, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) correctas?

- I. El curso tienen 45 alumnos
- II. La moda es 12
- III. La mediana es 4

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo I y II
- d) Solo I y III
- e) I, II y III

14. Se sabe que las estaturas de dos personas son, $1,70\text{ m}$ y $1,80\text{ m}$, respectivamente, entonces es correcto señalar que:

- I. El promedio entre las estaturas es $1,75\text{ m}$
- II. La mediana es igual al promedio
- III. No existe moda

- a) Solo I
- b) Solo III
- c) Solo I y II
- d) Solo II y III
- e) I, II y III

15. ¿Cuál de las siguientes alternativas presenta la cantidad de bolitas blancas y rojas que deben haber en una caja para que la probabilidad de extraer una bolita roja sea $\frac{2}{5}$?

- a) 10 blancas y 50 rojas
- b) 20 blancas y 50 rojas
- c) 20 blancas y 30 rojas
- d) 30 blancas y 20 rojas
- e) 50 blancas y 20 rojas