# Capítulo 2

# Proporcionalidad

En el mundo que nos rodea existe una disposición armoniosa en su estructura, cosas que a simple vista y con un consenso común nos parecen bellas, esto es debido a que la naturaleza en general es ordenada, en ciertos aspectos a causa de proporciones que la rigen. Por ejemplo el muy conocido esquema del cuerpo humano de Leonardo Da Vinci esta basado en una proporción. En el presente capítulo aprenderás los conceptos básicos de las razones y las proporciones, de forma que también puedas aprender, de paso, a deleitarte con la belleza gracias a la armonía implícita en la naturaleza.

## 2.1. Razones

La razón es un objeto matemático que utilizamos para comparar dos cantidades cualesquiera para poder establecer una característica que las relacione, en particular ambas cantidades las podemos comparar principalmente de dos formas; a través de su diferencia (razón aritmética), y a través de su cuociente (razón geométrica):

### 2.1.1. Razón Aritmética

La razón aritmética es una forma de comparar dos cantidades en las cuales consideramos cuanto exede una de la otra, es decir, encontrando su diferencia.

Este tipo de razón la podemos escribir de dos modos; separando ambas cantidades a comparar con un signo menos $(-)$, o con un punto(.). De esta forma la razón aritmética entre un par de números $a$ y $b$, es: $a - b$ ó $a.b$, y se lee $a$ es a $b$.

El primer término de una razón aritmética se denomina **antecedente**, mientras que el segundo **consecuente**.

**Ejemplo :**

♠ Un padre quiere repartir la mesada correspondiente a sus dos hijos, pero al fin del mes uno de ellos se portó mal, por lo cual lo va a castigar dándole \$6.000 menos que a su hermano. Si dispone de \$20.000 a repartir. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?.

**Respuesta :**

Para resolver este y todos los otros problemas de este tipo existe un método bastante sencillo a utilizar. Consiste en dividir el intervalo en dos partes iguales (en este caso \$20.000 : 2 =

$10.000), e incorporar a cada parte la mitad de la diferencia que existe entre el antecedente y el consecuente de la razón, es decir $3.000 para cada lado en este caso, por lo tanto tenemos que:

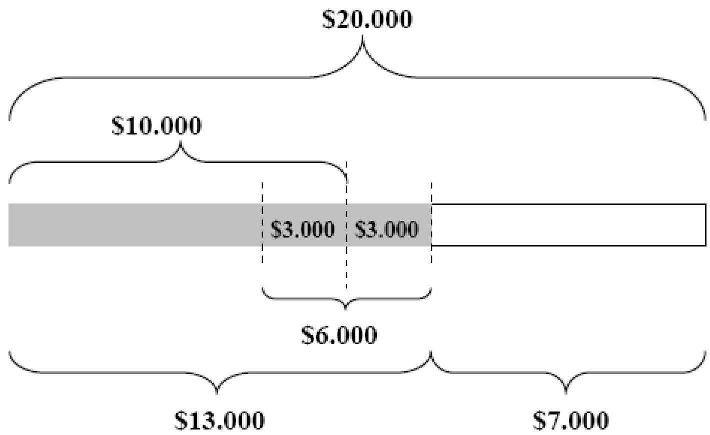



Figura 2.1: División por Razón Aritmética

Luego, resulta ser la cantidad que aparece gris en la figura 2.1 la que le corresponde al hijo que se portó bien, $13.000, y el resto es para el mal hijo, $7.000.

### 2.1.2. Razón Geométrica

Cada vez que se habla de razón en realidad se quiere hacer referencia a una razón geométrica.

La razón geométrica entre dos cantidades $a$ y $b$ es la comparación por cuociente entre ambas, es decir, la división entre ellas. Este tipo de razón la podemos representar de dos formas; a través de un signo de división ($\div$ o :), o expresada en forma fraccionaria. De ambas formas se lee $a$ es a $b$.

Al igual que la razón aritmética el primer término se denomina **antecedente** y el segundo **consecuente**.

El tratamiento de las razones geométricas es similar al de las fracciones, es decir, se suman, restan, multiplican, dividen, simplifican y amplifican de la misma forma.

Ahora; ¿a qué nos referimos específicamente cuando decimos 3 es a 5? por ejemplo. Bueno, la respuesta es muy sencilla, quiere decir que cada vez que tengamos 3 partes del antecendente tendremos 5 del consecuente, y en conjunto formamos 8 partes.

**Ejemplo :**

♠ Al siguiente mes, el mismo padre del ejemplo anterior tiene el mismo problema, uno de sus hijos se ha portado mal, por lo que quiere darle menos mesada que a su hermano, pero esta vez quiere que cada $3 del hermano que se portó bien, el otro reciba solo $2, es decir quiere repartir el dinero a razón de 3 es a 2. Si dispone nuevamente de $20.000, ¿Cuánto dinero le corresponderá a cada uno?.

**Respuesta :**

Para este tipo de problemas te recomendamos utilizar el siguiente método; el entero que se va a repartir (en este caso $20.000), divídelo en el total de partes más conveniente para repartirse, la cual siempre resulta ser la suma entre el antecedente y el consecuente de la razón geométrica, es decir, en este caso debes dividir $20.000 en 5 partes igules, ya que $3+2=5$, y luego 3 de esas partes le corresponderán al antecedente (hijo que se portó bien), y las otras 2 al consecuente (hijo que se portó mal).

Observa el siguiente diagrama:

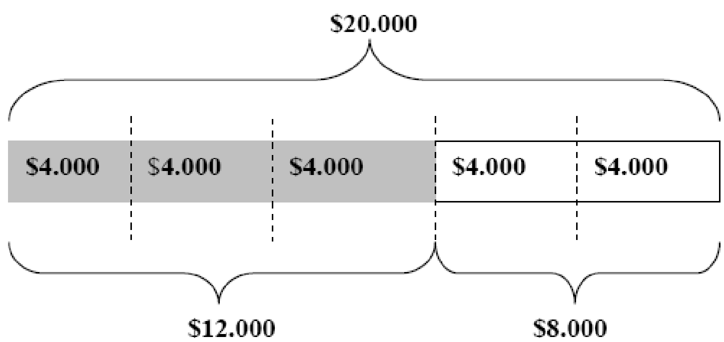



Figura 2.2: División por Razón Geométrica

Donde la parte gris es la que le corresponde al hijo que hizo todas sus obligaciones. Obviamente esta división del dinero que eligió su padre para castigarlo le conviene mas al mal hijo que la anterior. Claro que esto no quiere decir que siempre sea así, haz de ejercicio los mismos dos ejemplos pero que el padre disponga solo de $10.000 para repartir y te podrás dar cuenta.

**Otro ejemplo :**

♠ Los ángulos de un triángulo están a razón de 1 : 2 : 3 (recuerda que esto se lee; uno es a dos es a tres), Sabiendo que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180 grados. ¿Cuánto miden sus ángulos?.

**Respuesta :**

Sabiendo que la suma de los ángulos interiores del triángulo es 180, debemos dividir 180 grados en 6 partes, ya que entre las partes que le corresponden al primero, al segundo y al tercero suman 6.

$$180 \div 6 = 30$$

Entonces; cada parte resulta ser de 30 grados, por lo tanto los ángulo son:

→ Al primero le corresponde una parte, es decir $1 \cdot 30 = 30$

→ Al segundo le corresponden dos partes, es decir $2 \cdot 30 = 60$

→ Al tercero le corresponden tres partes, es decir $3 \cdot 30 = 90$

## 2.2. Proporciones

Una proporción es una igualdad entre dos razones equivalentes.[1]

[1]Dos razones aritméticas son equivalentes si la diferencia entre sus antecedentes y consecuentes son respectivamente iguales.

Dos razones geométricas son equivalentes si el cuociente entre sus antecedentes y consecuentes son respectivamente iguales

### 2.2.1. Proporción Aritmética

Es la igualación de dos razones aritméticas equivalentes. A la diferencia entre las razones involucradas se la llama constante de proporcionalidad aritmética.

Este tipo de proporción no es particularmente importante, es por esto que no le dedicaremos más páginas de estudio.

### 2.2.2. Proporción Geométrica

Una proporción geométrica (o simplemente proporción), es la igualación de dos razones geométricas equivalentes. En una proporción podemos distinguir sus partes por distintos nombres, están los extremos, que son el antecedente de la primera razón y el consecuente de la segunda, y los medios, que son el consecuente de la primera razón y el antecedente de la segunda.


Otra forma, además de la equivalencia entre razones, de comprobar si una proporción realmente lo es, es verificar que el producto entre los extremos sea igual al producto entre los medios es decir:

$$a : b = c : d \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

**Ejemplos :**

♠ $3 : 2 = 9 : 6$ es una proporción, pues $3 \cdot 6 = 2 \cdot 9$

♠ $4 : 3 = 5 : 2$ NO es una proporción, pues $4 \cdot 2 \neq 3 \cdot 5$

Con esta última propiedad podemos resolver ejercicios para determinar algunos de los elementos de una proporción. Por ejemplo:

♠ Dada la proporción $7 : 3 = 21 : x$, determinemos el valor de $x$ utilizando la igualación entre el producto de medios y extremos:

$$\begin{aligned} 7 : 3 = 21 : x \Rightarrow 7 \cdot x = 3 \cdot 21 \quad &\Rightarrow \quad 7 \cdot \frac{1}{7} \cdot x = 3 \cdot 21 \cdot \frac{1}{7} \\ &\Rightarrow \quad 1 \cdot x = \frac{3 \cdot 21}{7} \\ &\Rightarrow \quad x = 9 \end{aligned}$$

---

♣ **Actividad**

*Encuentra el término que falta en las siguientes proporciones:*

| | | |
|---|---|---|
| *1.* $3 : 5 = 4 : x$ | *6.* $\frac{144}{56} = \frac{x}{14}$ | *11.* $\frac{4}{x} = \frac{x}{36}$ |
| *2.* $2 : x = 5 : 10$ | *7.* $3 : x = x : 12$ | *12.* $\frac{12}{3} = \frac{x}{12}$ |
| *3.* $\frac{5}{9} = \frac{x}{18}$ | *8.* $x : 16 = 4 : x$ | *13.* $\frac{x}{9} = \frac{1}{x}$ |
| *4.* $9 : 25 = x : 5$ | *9.* $\frac{9}{345} = \frac{3}{x}$ | *14.* $\frac{3}{9} = \frac{9}{x}$ |
| *5.* $\frac{23}{41} = \frac{x}{123}$ | *10.* $72 : 9 = 24 : x$ | *15.* $x : 8 = 32 : x$ |

---

### 2.2.3. Proporcionalidad Directa

Hasta ahora solo hemos trabajado con este tipo de proporcionalidades, ya que dos magnitudes son directamente proporcionales si multiplicando o dividiendo una de ellas por un número la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número, que es precisamente el caso de las proporciones que hemos visto.

También decimos que dos cantidades $a$ y $b$ son directamente proporcionales si su cuociente es constante, es decir:

$$\frac{a}{b} = k, \quad \text{Con } k \text{ constante}$$

**Ejemplo :**

♠ Si para comprar dos kilogramos de pan necesitas \$1.300, ¿Cuánto dinero necesitas para comprar 5 kilogramos de pan?

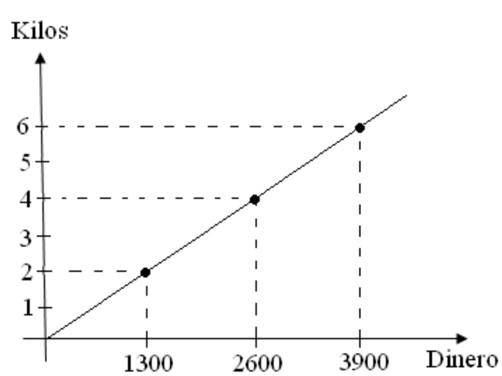
**Respuesta :**

Nos podemos dar cuenta que el ejemplo es sobre una proporcionalidad directa ya que si aumenta la cantidad de kilogramos de pan, entonces aumenta el dinero. Por lo tanto se debe cumplir que:

$$\begin{aligned} \frac{\text{Dinero}}{\text{Kilos}} = k \quad &\Rightarrow \quad \frac{\$1.300}{2} = \frac{x}{5} \\ &\Rightarrow \quad 2 \cdot x = 5 \cdot \$1.300 \\ &\Rightarrow \quad x = \frac{\$6.500}{2} = \$3.250 \end{aligned}$$

Y así puedes verificar que para cualquier cantidad de kilos de pan con el dinero que necesites para comprarlo tendrán un cuociente constante. En este caso ese cuociente ($k$) es igual a 1,300 : 2 = 650.

Una forma de representar dos cantidades que son directamente proporcionales es a través de un gráfico, grafiquemos el mismo ejemplo anterior, es decir, unamos los puntos 2 con 1300, 4 con 2600, 6 con 3900, etc.




*Siempre dos cantidades directamente proporcionales al ser graficadas representarán una recta que pasa por el (0,0) u origen.*

### 2.2.4. Proporcionalidad Inversa

Dos cantidades tienen proporcionalidad inversa si al multiplicar una de ellas por un número la otra queda dividida por ese mismo número y viceversa. También decimos que dos magnitudes $a$ y $b$ son inversamente proporcionales si su producto es constante, es decir:

$$a \cdot b = k, \quad \text{Con } k \text{ constante}$$

**Ejemplo :**

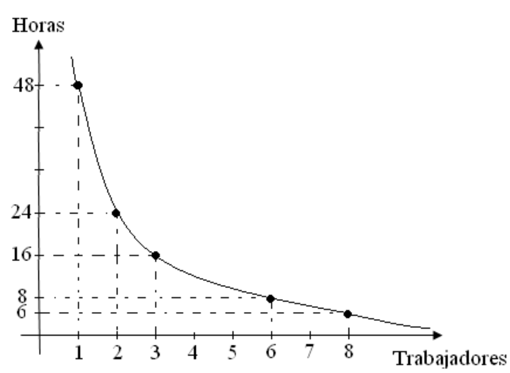
♠ 2 trabajadores se demoran 24 horas en pintar una casa, ¿Cuánto se demorarán 6 trabajadores?

**Respuesta :**

Nos podemos dar cuenta que el ejemplo es sobre una proporcionalidad inversa debido a que si aumenta una de las magnitudes la otra disminuye ( si hay más trabajadores se demoran menos tiempo), por lo tanto se debe cumplir que:

$$\begin{aligned} \text{Trabajadores} \cdot \text{Horas} = k \quad &\Rightarrow \quad 2 \cdot 24 = 6 \cdot x \\ &\Rightarrow \quad \frac{48}{6} = x \\ &\Rightarrow \quad x = 8 \quad \text{horas.} \end{aligned}$$

Una forma de representar dos cantidades que son inversamente proporcionales es a través de un gráfico, grafiquemos el mismo ejemplo anterior, es decir, unamos los puntos cuyo producto es 48 (pues 48 es la constante $k$ de el ejemplo), entre ellos estan, 1 con 48, 2 con 24, 3 con 16, 8 con 6 y 6 con 8.




### 2.2.5. Proporcionalidad Compuesta

Hasta ahora solo hemos visto casos con dos variables, sin embargo puede pasar que las variables en juego para una proporción sean mas de dos, lo que provoca que la forma de analizar el problema sea un poco más complicada.

**Ejemplo :**

♠ Si 10 vacas comen 30 kilos de pasto en 20 días, ¿Cuántos kilos de pasto comerán 15 vacas en 10 días?.

**Respuesta :**

Como puedes ver las variables en juego son ahora tres, el número de vacas, la cantidad de kilos de pasto y el número de días. Para comenzar es bueno esquematizar el problema como sigue:

$$\begin{array}{ccccc} \text{Vacas} & & \text{Kilos} & & \text{Días} \\ 10 & \rightarrow & 30 & \rightarrow & 20 \\ 15 & \rightarrow & x & \rightarrow & 10 \end{array}$$

Para resolver este tipo de ejercicios te recomendamos utilizar el siguiente método.

Iguala una de las columnas procurando hacer la corrección sobre las variables de la fila que corregiste, esto quiere decir si por ejemplo queremos igualar el número de días, o aumentamos al doble las vacas, o aumentamos al doble los kilos de pasto, ya que si 15 vacas comen $x$ kilos en 10 días, entonces 15 vacas comerán $2 \cdot x$ kilos en 20 días (el doble de comida en el doble de tiempo), luego la proporción la podemos cambiar por:

$$\begin{array}{ccccc} \text{Vacas} & & \text{Kilos} & & \text{Días} \\ 10 & \rightarrow & 30 & \rightarrow & 20 \\ 15 & \rightarrow & 2x & \rightarrow & 20 \end{array}$$

Luego, cuando tenemos una columna igualada ese valor pasa a ser un dato más del problema, ya que no existe diferencia entre una situación y la otra. Entonces ahora la pregunta es:

¿Si 10 vacas comen 30 kilos de pasto, ¿Cuántos kilos de pasto comerán 15 vacas?.

$$\begin{array}{ccc} \text{Vacas} & & \text{Kilos} \\ 10 & \rightarrow & 30 \\ 15 & \rightarrow & 2x \end{array}$$

Simplemente eliminamos la columna que coincidía. Y nos queda una proporción de dos magnitudes, que es directamente proporcional (mientras más vacas, más pasto comen), y que ya sabemos resolver.

$$\begin{aligned} 10 \cdot 2x &= 30 \cdot 15 \\ 20x &= 450 \\ x &= \frac{45}{2} \\ x &= 22{,}5 \quad \text{kilos} \end{aligned}$$

**Otro ejemplo :**

♠ 8 obreros trabajan 18 días para poner 16 metros cuadrados de cerámica, ¿Cuántos metros cuadrados de cerámica pondrán 10 obreros si trabajan 9 días?.

**Respuesta :**

El esquema del problema es algo como:

$$\begin{array}{ccccc} \text{Obreros} & & \text{Días} & & \text{Metros cuadrados} \\ 8 & \rightarrow & 18 & \rightarrow & 16 \\ 10 & \rightarrow & 9 & \rightarrow & x \end{array}$$

De la misma forma que en el ejemplo anterior, igualamos una de las columnas. Como la más sencilla resulta ser la columna de los días, entonces nos preguntamos, ¿Cuántos obreros se necesitan para hacer el mismo trabajo en el doble de días?, claramente la respuesta es la mitad, ya que si hay menos obreros, se demoran más días (proporcionalidad inversa), por lo tanto el esquema nos quedará de la forma:

$$\begin{array}{ccc} \text{Obreros} & & \text{Metros cuadrados} \\ 8 & \rightarrow & 16 \\ 5 & \rightarrow & x \end{array}$$

Ahora vemos que nos queda una proporción directa (a más obreros, más metros cuadrados), y resolvemos como ya sabemos:

$$\begin{aligned} 8 \cdot x &= 16 \cdot 5 \\ x &= \frac{80}{8} \\ x &= 10 \quad m^2 \end{aligned}$$

♣ **Actividad**

1. *Proporción Directa:*
   a) *Si 5 pantalones cuestan \$60.000, ¿cuánto costarán 8 pantalones?.* **(R. \$96.000)**
   b) *Si un vehículo se mantiene con velocidad constante de 60 $m/s$, ¿cuántos metros recorrerá en un minuto?.* **(R. 3.600 m)**
   c) *Una persona a cierta hora del día da una sombra de 3 m, si un árbol de 4 m de altura da una sombra de 6 m, ¿cuánto mide la persona?.* **(R. 2 m)**
   d) *Si los niños y las niñas de un curso están a razón de 3 : 4 respectivamente, ¿cuántas niñas hay si el curso es de 35 personas?.* **(R. 20 niñas)**
2. *Proporción Inversa:*
   a) *Si 2 personas realizan un trabajo en 5 horas, ¿cuánto tiempo demoran 5 personas?.* **(R. 2 horas)**
   b) *Si un vehículo a una velocidad de 70 $Km/hr$ se demora 3 horas en llegar de la ciudad A a la ciudad B, ¿a qué velocidad debe desplazarse para demorarse 2 horas entre ambas ciudades?.* **(R. 105 $Km/hr$)**
   c) *Si 5 personas se comen 100 completos en 35 minutos, ¿cuánto demorarán 7 personas en comer la misma cantidad?.* **(R. 25 minutos)**
   d) *Un artesano hace 10 tazas de cerámica por hora, ¿cuánto se demorarán 3 artesanos en hacer la misma cantidad de tasas?.* **(R. 20 minutos)**
3. *Proporción Compuesta*
   a) *Si tres personas arman un rompecabezas en 24 horas, ¿cuántos rompecabezas armarán 36 personas en 48 horas?.* **(R. 24 rompecabezas)**
   b) *5 trabajadores construyen una muralla en 6 horas, ¿cuántos trabajadores se necesitan para contruir 8 murallas en solo un día?.* **(R. 10 trabajadores)**

## 2.3. Porcentaje

En la vida cotidiana siempre nos encontramos con expresiones como “Liquidatodo, hasta un 70 % de dscto”, “Con un interés del 0,01 %”, “Mata el 99,9 % de los gérmenes y bacterias”, etc. Bueno para que tengas aún más claro el significado de éstas expresiones, veremos el significado matemático del tanto por ciento.

Cuando hablamos de porcentaje, no nos referimos a otra cosa que a una razón, pero una muy especial, es una razón cuyo consecuente es 100, es decir $x\,\% = x/100$, por lo tanto el tratamiento que se haga con un porcentaje es el mismo que con una razón.

Cuando queremos buscar el tanto por ciento de una cantidad solo debemos formar la proporción geométrica y directa entre la cantidad y la incógnita versus el porcentaje. Así se tiene:

♠ El $a\,\%$ de $b$ lo obtenemos resolviendo la siguiente proporción:

$$\frac{?}{b} = \frac{a}{100} \Rightarrow ? = b \cdot \frac{a}{100} = \frac{b \cdot a}{100}$$

Por lo tanto tenemos que siempre el $a\,\%$ de $b$ es:

$$\frac{b \cdot a}{100} = b \cdot a\,\%$$

Veamos algunos ejemplos:

♠ El 30 % de 60 se obtiene de la forma:

$$? = 60 \cdot 30\,\% = 60 \cdot \frac{30}{100} = 6 \cdot 3 = 18$$

Por lo tanto, el 30 % de 60 es 18.

♠ El 15 % de 80 se obtiene de la forma:

$$? = 80 \cdot 15\,\% = 80 \cdot \frac{15}{100} = 8 \cdot 1{,}5 = 12$$

Por lo tanto, el 15 % de 80 es 12.

### 2.3.1. Porcentaje de una Cantidad

Cuando queremos determinar el porcentaje que una cantidad A es de otra B, debemos considerar una proporción donde el antecedente de la primera razón sea A y el consecuente B, y en la segunda razón el antecedente es la incógnita mientras que el consecuente es 100. Por ejemplo:

♠ Si queremos conocer que porcentaje es 36 de 40. Entonces debemos decir 36 es a 40 como $x$ es a 100, ésto escrito matemáticamente se ve como:

$$\frac{36}{40} = \frac{x}{100} \quad \text{ó} \quad 36 : 40 = x : 100$$

Resolviendo como ya sabemos hacerlo:

$$40 \cdot x = 36 \cdot 100 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3600}{40} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{360}{4} \quad \Rightarrow \quad x = 90 \quad \Rightarrow \quad 36 \text{ es el } 90\,\% \text{ de } 40$$

♣ **Actividad**

I. *Ubica el 20 %, el 30 % y el 40 % de:*

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *1.* | *100* | *4.* | *60* | *7.* | *10* | *10.* | *1.000* |
| *2.* | *90* | *5.* | *50* | *8.* | *12,5* | *11.* | *956* |
| *3.* | *80* | *6.* | *45* | *9.* | *54.800* | *12.* | *831* |

II. *Que porcentaje es la primera cantidad de la segunda:*

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *1.* | *30 de 90* | *4.* | *20 de 680* | *7.* | *55 de 330* | *10.* | *35 de 70* |
| *2.* | *45 de 360* | *5.* | *68 de 300* | *8.* | *364 de 4* | *11.* | *956 de 478* |
| *3.* | *1 de 200* | *6.* | *23 de 89* | *9.* | *96 de 32* | *12.* | *45693 de 458* |

### 2.3.2. Porcentaje de un Porcentaje

Muchas veces habrás escuchado en una liquidación "40 % de descuento, más un 20 % adicional", ante esta estupenda promoción la mayoría de la gente cree que le están dando un 60 % de descuento en total. Como veremos a continuación este pensamiento esta completamente erróneo ya que cuando se dice "un 20 % adicional" se hace referencia a un descuento sobre la cantidad ya descontada, lo que resulta ser menor al 20 % de la suma original.

**Veamos un ejemplo :**

♠ Un abrigo cuesta originalmente \$60.000. Si tiene un descuento de un 40 % y luego al pagar con tarjeta de crédito, le descuentan un 20 % adicional. ¿Qué valor debe cancelar una persona que lo compra con tarjeta de crédito?.

**Respuesta :**

Primero debemos calcular el primer descuento. Es decir:

$$\$60.000 \cdot 40\,\% = \$60.000 \cdot \frac{40}{100} = \$6.000 \cdot 4 = \$24.000 \quad \text{de descuento}$$

Esto quiere decir que el abrigono cuesta $\$60.000 - \$24.000 = \$36.000$. Luego, como pagamos con tarjeta de crédito nos dan de nuevo un descuento de:

$$\$36.000 \cdot 20\,\% = \$36.000 \cdot \frac{20}{100} = \$3.600 \cdot 2 = \$7.200 \quad \text{de descuento adicional}$$

Es decir, el abrigo nos sale por: $\$36.000 - \$7.200 = \$28.800$

Ahora comparemos el precio si es que hubieramos considerado un descuento de $40\,\% + 20\,\% = 60\,\%$.

$$\$60.000 \cdot 60\,\% = \$60.000 \cdot \frac{60}{100} = \$6.000 \cdot 6 = \$3.600 \quad \text{de descuento}$$

Es decir, el abrigo nos saldría por una cantidad de \$60.000 - \$36.000 = \$24.000, que claramente es distinto a la suma anterior de \$28.800 que es lo que sale realmente el abrigo. Por lo tanto, que no te hagan tonto, te descuentas menos de lo que parece.

Más en general, para poder determinar el porcentaje del porcentaje de una cantidad simplemente se vuelve a multiplicar por el siguiente porcentaje. En el caso anterior, como 40 % y

20 % son descuentos (lo que quiere decir que cancelas 60 % con el primer descuento y 80 % con el segundo), entonces el ejercicio se debió efectuar de la forma:

$$\$60.000 \cdot \frac{60}{100} \cdot \frac{80}{100} = \$600 \cdot 6 \cdot 8 = \$3.600 \cdot 8 = \$28.800$$

**Otros ejemplos :**

♠ El 25 % del 80 % de 200 es:

$$200 \cdot 80\,\% \cdot 25\,\% = 200 \cdot \frac{80}{100} \cdot \frac{25}{100} = 200 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{200}{5} = 40$$

♠ El 60 % del 30 % de 90 es:

$$90 \cdot 30\,\% \cdot 60\,\% = 90 \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{60}{100} = 9 \cdot 3 \cdot \frac{3}{5} = \frac{81}{5} = 16{,}2$$

## 2.4. Mini Ensayo II Proporcionalidad

1. Una docena de pasteles cuesta $\$6m$, y media docena de queques cuesta $\$12n$, ¿cuál de las expresiones siguientes representa el valor en pesos de media docena de pasteles y dos docenas de queques?

   *a*) $3(m + 8n)$
   *b*) $3(m + 16n)$
   *c*) $6(4m + n)$
   *d*) $12(m + 4n)$
   *e*) $24(m + 2n)$

2. En un curso hay 36 alumnos, si 24 son hombres, entonces la razón entre hombres y mujeres respectivamente es:

   *a*) 1 : 2
   *b*) 2 : 3
   *c*) 24 : 12
   *d*) 36 : 12
   *e*) 36 : 24

3. En una fiesta hay 12 hombres, si la razón entre mujeres y hombres que hay en la fiesta es 2 : 3, ¿cuántas personas hay en la fiesta?

   *a*) 8
   *b*) 16
   *c*) 18
   *d*) 20
   *e*) 24

4. Tres kilos de papas cuestan $\$x$, 6 kilos cuestan $\$(x+30)$, entonces el valor de 3 kilos de papas es:

    *a)* \$30
    *b)* \$40
    *c)* \$50
    *d)* \$60
    *e)* \$70

5. La diferencia entre dos números es 48, y están a razón de $5:9$, ¿cuál es el menor de ellos?

    *a)* 5
    *b)* 9
    *c)* 12
    *d)* 60
    *e)* 108

6. Si 3 ladrillos pesan $6kg$, ¿cuánto pesarán una decena de ladrillos?

    *a)* $18kg$
    *b)* $20kg$
    *c)* $22kg$
    *d)* $24kg$
    *e)* $26kg$

7. 7 obreros cavan en 2 horas una zanja de $10m$, ¿cuántos metros cavarán en el mismo tiempo 42 obreros?

    *a)* 6
    *b)* 30
    *c)* 60
    *d)* 69
    *e)* 90

8. Las edades de Gonzalo y Cristian están a razón de $1:3$, si Gonzalo tiene 10 años, ¿cuántos años suman sus edades?

    *a)* 20
    *b)* 30
    *c)* 40
    *d)* 50
    *e)* 60

9. En una granja hay patos y gallinas en razón $9:10$, si en una fiesta se sacrifican 19 gallinas la razón se invierte, ¿cuántas gallinas había inicialmente?

*a*) 10
*b*) 81
*c*) 90
*d*) 100
*e*) 119

10. La suma de 6 enteros pares consecutivos es 90, ¿en qué razón están los 2 números centrales?

    *a*) 1 : 2
    *b*) 3 : 4
    *c*) 6 : 7
    *d*) 7 : 8
    *e*) 8 : 9

11. Si una repisa con libros pesa 44 $kg$, y la razón entre el peso de la bandeja y el de los libros es $\frac{1}{10}$, ¿cuánto pesa la repisa?

    *a*) 4 $kg$
    *b*) 4,4 $kg$
    *c*) 6 $kg$
    *d*) 6,6 $kg$
    *e*) 8 $kg$

12. Cristian tiene que pagar \$90.000, si le rabajan el 5 % de su deuda, ¿cuánto le queda por cancelar todavía?

    *a*) \$450
    *b*) \$4.550
    *c*) \$85.500
    *d*) \$89.500
    *e*) \$94.550

13. De 125 alumnos de un colegio, el 36 % son damas, ¿Cuántos varones hay?

    *a*) 89
    *b*) 80
    *c*) 45
    *d*) 36
    *e*) 25

14. ¿Qué porcentaje de rebaja se hace sobre una deuda de \$4.500 que se reduca a \$3.600?

    *a*) 80 %
    *b*) 60 %
    *c*) 40 %

*d*) 20 %

*e*) 10 %

15. El 35 % de una hora es equivalente en minutos a:

    *a*) 2

    *b*) 21

    *c*) 35

    *d*) $\frac{1}{35}$

    *e*) $\frac{7}{12}$

16. Un niño repartió 40 dulces entre sus amigos, a Cristian le dió $\frac{2}{5}$ del total, a Gonzalo el 25 % del resto y a Paola el 50 % de lo que le quedaba, ¿con cuántos dulces se quedó el niño?

    *a*) 9

    *b*) 7

    *c*) 5

    *d*) 4

    *e*) 3

17. Un tubo se parte en cuatro partes iguales, ¿a qué porcentaje del tubo equivale cada parte?

    *a*) 40 %

    *b*) $33{,}\overline{3}$ %

    *c*) 25 %

    *d*) 20 %

    *e*) 75 %

18. ¿Qué porcentaje es 1/3 de 1/6?

    *a*) 50 %

    *b*) 100 %

    *c*) 150 %

    *d*) 200 %

    *e*) 400 %

19. ¿De qué cantidad 80 es el 25 %?

    *a*) 160

    *b*) 200

    *c*) 240

    *d*) 320

    *e*) 400